შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

22.04.2012/ მათ/ II/ 167

ამოცანა № 4

გვერდი № 1

[illegible] $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ [illegible] $x, y \in \mathbb{R}$ $f(x+yf(x)) = f(f(x)) + xf(y)$

[illegible] 0 [illegible]

[illegible] $f(a) = f(b)$ [illegible] $a=b$

[illegible]
$x=a$ $y=a$

$f(a+af(a)) = f(f(a)) + af(a)$

[illegible] $x=a$ $y=b$

$f(a+bf(a)) = f(f(a)) + af(b) = f(f(a)) + af(a) = f(a+af(a)) \Rightarrow$

$\Rightarrow a+bf(a) = a+af(a) \Rightarrow a=b$. [illegible] $f(a)=f(b) \Rightarrow a=b$

[illegible] $x=0$ $y=0$ [illegible]

$f(0+0f(0)) = f(f(0)) + 0f(0) \Rightarrow f(0) = f(f(0))$ [illegible] $f(0)=0$

x [illegible] x [illegible] $y=0$

$f(x+0f(x)) = f(f(x)) + xf(0)$. $f(0)=0 \Rightarrow f(x) = f(f(x))$ [illegible] $f(x)=f(0)$ [illegible]

$x = f(x)$ [illegible] x [illegible]

[illegible] $\left[\begin{array}{l} f(x)=x \\ f(x)=0 \end{array}\right.$

[illegible] $f(x)=x$ [illegible] $f(x)=0$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

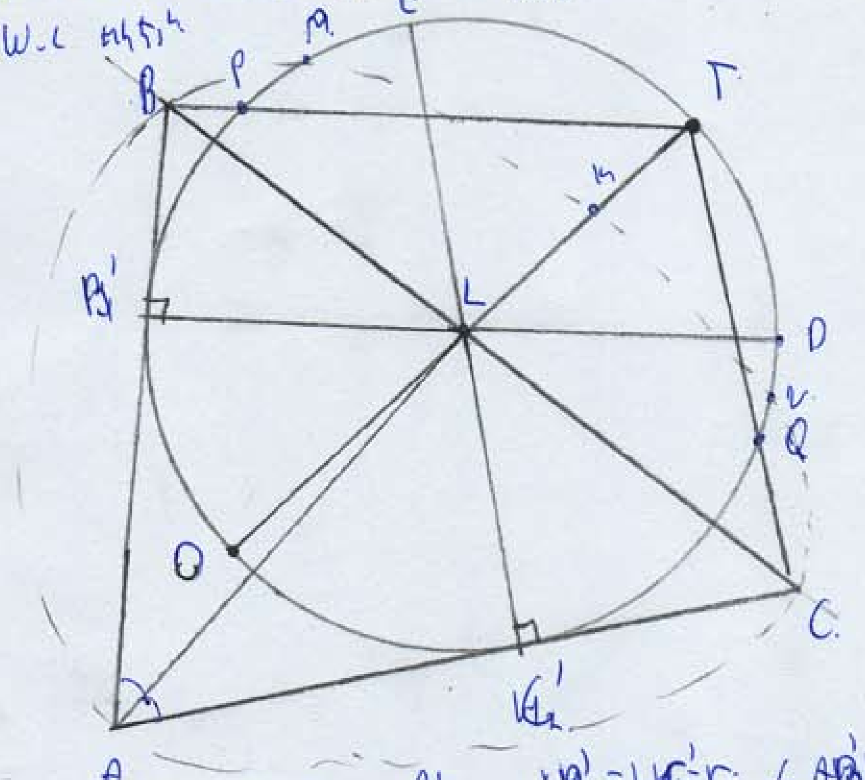
მაგიდა №

22.04.2012/ მათ/ II/ 167

ამოცანა № 5

გვერდი № 2

[illegible] ΔABC [illegible]. $L \in BC$. [illegible] ω [illegible] $B', C' \in \omega$ $B' \in AB$ $C' \in AC$. [illegible] O. $O \in \omega$ [illegible] ΔABC [illegible] ω [illegible]



[illegible] AL $LB' = LC' = r$ $\angle AB'L = \angle LC'A$. AL [illegible]

$\Delta ALB' = \Delta ALC'$ [illegible] $\angle B'AL = \angle C'AL$ [illegible] AL [illegible] $\angle A$ [illegible]

O [illegible] ABC [illegible] $AO = OA = OC$. [illegible] OL [illegible] ω [illegible] $\angle A = \alpha$. [illegible] $180° - \alpha > \alpha$. $180° - \alpha$ [illegible] $B'C'$ [illegible]

$\angle B'LC' = 180° - \alpha$. [illegible] ΔABC [illegible] $\angle B'AC = \angle B'LE$ [illegible] $B'E$ [illegible]. $\angle B'LE < \angle B'LC'$

[illegible] $O \in B'C'$ [illegible]

[illegible] $\Gamma \in ED$ [illegible]

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №	

22.04.2012/ მათ/ II/ 167

ამოცანა № 5

გვერდი № 3

$\angle B'TC$ [illegible] $\overset{\frown}{PQ}$ [illegible] $B'A'$ [illegible] $\frac{\overset{\frown}{B'E}}{2}$ [illegible]

$\angle B'TC + \angle BAC = \frac{\overset{\frown}{B'E} + \overset{\frown}{PQ}}{2} < \frac{\overset{\frown}{EQ}}{2} + \frac{\overset{\frown}{PQ}}{2} < 180^\circ$ [illegible]

$\triangle ABC$-ში [illegible] 2 [illegible]

$\angle T$ [illegible] K [illegible] $\angle BAC +$

$\angle BAC = 180^\circ$. [illegible] $\triangle ABC$-ში [illegible]

[illegible] ω-ს [illegible] K [illegible] ABC [illegible] $\triangle ABC$-ს [illegible]

[illegible] ω [illegible]

[illegible]

[illegible]

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

22.04.2012/ მათ/ II/ 167

ამოცანა № 6

გვერდი № 4

$\frac{1}{a^2-2a+5}+\frac{1}{b^2-2b+5}+\frac{1}{c^2-2c+5}$ $a+b+c=1$ [illegible]

$\frac{1}{a^2-2a+5}+\frac{1}{b^2-2b+5}+\frac{1}{c^2-2c+5}=\frac{1}{(a-1)^2+4}+\frac{1}{(b-1)^2+4}+\frac{1}{(c-1)^2+4}$ [illegible] $\frac{21}{20}$ [illegible]

[illegible] a,b,c $0,0,1$ [illegible]

[illegible]

$(0-1)^2+(0-1)^2+0^2=2$ [illegible]

[illegible]

$(1-a)^2\le 1-a$ $(1-b)^2\le 1-b$ $(1-c)^2=(b+c)^2\le b+c$ [illegible] $(1-a)^2+(1-b)^2+(1-c)^2\le 1+1-b-c+b+c\le 2$

[illegible] $0,0,1$ [illegible]

[illegible] $a=0, b=0, c=1$ [illegible] $\frac{13}{20}$.

[illegible] $\frac{1}{a^2-2a+5}+\frac{1}{b^2-2b+5}+\frac{1}{c^2-2c+5}=\frac{13}{20}$ [illegible]